سلم تصحيح رياضيات 11 / 2021-2022 /

طبية - فصل أول

1) a) حل الجملة الآتية بطريقة غرامر

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 3$$
$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 5$$
$$x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$1(-1+3) - 2(2-3) - 1(-2+1) =$$
$$1(2) - 2(-1) - 1(-1) =$$
$$2 + 2 + 1 = 5 \neq 0$$

الجملة متابلة للحل ولها حل وحيد

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$3(-1+3) - 2(5-3) - 1(-5+1) =$$
$$3(2) - 2(2) - 1(-4) =$$
$$6 - 4 + 4 = 6$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$1(5-3) - 3(2-3) - 1(2-5) =$$
$$2 - 3(-1) - 1(-3) =$$
$$2 + 3 + 3 = 8$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 1(-1+5) - 2(2-5) + 3(-2+1) =$$
$$1(4) - 2(-3) + 3(-1) =$$
$$= 4 + 6 - 3 = 7$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{6}{5}$$
$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{8}{5}$$
$$x_3 = \frac{7}{5}$$

b) عين قيم k لتجعل جملة المعادلات تقبل حل غير صفري

$$x - ky - z = 0$$
$$kx - y - z = 0$$
$$x + y - z = 0$$

الحل

$$\begin{vmatrix} 1 & -k & -1 \\ k & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$1(+1+1) + k(-k+1) - 1(k+1) = 0$$
$$2 - k^2 + k - k - 1 = 0$$
$$-k^2 + 1 = 0$$
$$1 - k^2 = 0$$
$$(1-k)(1+k) = 0$$
$$1 - k = 0 \Rightarrow \boxed{1 = k}$$
$$1 + k = 0 \Rightarrow 1 = -k$$
$$\Rightarrow \boxed{k = -1}$$

c) أوجد نهاية كل من التابعين:

a) $\lim_{x \to 1} \frac{3}{x^3 - 1} - \frac{1}{x - 1} = \frac{3}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$

$$\lim_{x \to 1} \frac{3(x-1) - (x^3 - 1)}{(x^3 - 1)(x - 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{3x - 3 - x^3 + 1}{(x^3 - 1)(x - 1)} = \lim_{x \to 1} \frac{-x^3 + 3x - 2}{(x^3 - 1)(x - 1)}$$

$$\lim_{x \to 1} \frac{-x^3 + 3x - 2}{x^4 - x^3 - x + 1} = \frac{0}{0}$$

عدم تعيين

حد على اليسار

-1

بتطبيق لوبيتال:

$$\lim_{x\to 1}\frac{-3x^2+3}{4x^3-3x^2-1}\overset{(1)}{=}\frac{0}{0}\ (1)$$

بتطبيق لوبيتال:

$$\lim_{x\to 1}\frac{-6x}{12x^2-6x}\overset{(1)}{=}\frac{-6}{12-6}\ (1)$$

$$=\frac{-6}{6}=-1\ (1)$$

---

(4) b) $\lim_{x\to a}\frac{\sin x-\sin a}{x-a}$ $\quad \frac{0}{0}$ (1)

$$\lim_{x\to a}\frac{\cos x}{1}\ (1)=\cos x\ (1)$$

$$=\cos a\ (1)$$

---

(3) أوجد مشتق كل من التابعين

a) $y=x\arccos\left(e^{-3x}\right)$

$$y'=\arccos\left(e^{-3x}\right)+ \quad (2)$$

(4) $$\frac{-3xe^{-3x}}{\sqrt{1-e^{-6x}}}\ (2)$$

---

b) $y=x^{\ln x}+3^{\ln x}$

$y=y_1+y_2$ (1)

$y'=y_1'+y_2'$ (1)

(16)

---

(4) أوجد تقارب السلسلتين:

$$a=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n(n+3)}$$

1) $\lim_{n\to\infty}\left|(-1)^{n-1}\frac{1}{n(n+3)}\right|$ (2)

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n(n+3)}=0\ (2)$$

(10)

2) (1) $\frac{1}{(n+1)(n+4)}<\frac{1}{n(n+3)}$ (1)

متناقصة ⇒ متقاربة (2)

$$b=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^n \xrightarrow{\text{جذري}} \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{n}{n+1}\right)^n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}=\frac{1}{e}<1 \to \text{متقاربة}$$

(10)

د. رفع علي رئيس