جامعة تشرين
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
قسم هندسة الاتصالات والالكترونيات

سلم تصحيح امتحان مقرر نظرية الاحتمالات في الاتصالات
السنة الثالثة
الفصل الأول للعام 2021-2022
الدرجة العظمى:100

I. السؤال الأول (10 درجات)

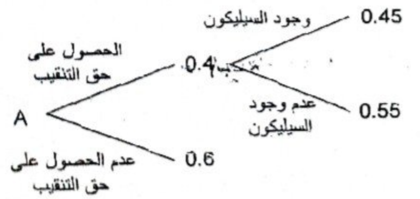
أجب بـ (صح) أو (خطأ) مع **تعليل** العبارة الصحيحة وتصحيح العبارة الخاطئة: **(درجتان لكل عبارة/ درجة للجواب ودرجة للتعليل أو التصحيح)**

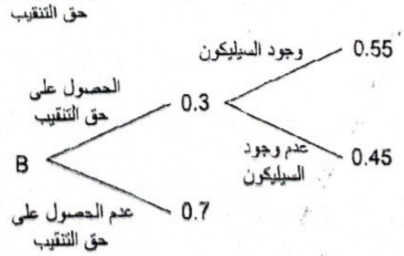
1. يتم سحب العينات في التجربة فوق الهندسية مع استبدال
(خطأ) يتم سحب العينات في التجربة فوق الهندسية دون استبدال
2. تتركز حوالي 95% من معلومات التوزيع الطبيعي المعياري بين القيمتين (2-) و (2+)
(صح) لأن 95% من المعلومات تتركز في التوزيع الطبيعي المعياري بين μ-2σ و μ+2σ حيث μ=0 و σ=1 وبالتالي 95% من المعلومات ستكون بين 2+ ,2-.
3. يبدأ المتغير العشوائي قيمه في التوزيع الهندسي من (1)
(صح) لأن المتغير العشوائي في التوزيع الهندسي يدل على عدد مرات التجربة حتى تحقيق أول نجاح
4. يُنمذج توزيع إرلانج المجال الزمني حتى وقوع أول حدث
(خطأ) يُنمذج توزيع إرلانج المجال الزمني حتى وقوع الحدث ذو الترتيب r
5. قيمتا المتوسط والتباين في توزيع بواسون مختلفتين
(خطأ) قيمتا المتوسط والتباين في توزيع بواسون متساويتين

II. السؤال الثاني (13درجة)

تقدمت إحدى شركات أنصاف النواقل بطلب للتنقيب عن السيليكون في موقعين A و B. نسبة الحصول على حق التنقيب في الموقع A هي 40% وإذا تم ذلك فإن نسبة العثور على السيليكون في هذا الموقع تساوي 45%. في حين أن نسبة الحصول على حق التنقيب في الموقع B هي 30% وإذا حدث ذلك فإن نسبة العثور على السيليكون في هذا الموقع تساوي 55%.
المطلوب:

1. ارسم مخططين شجريين تناقش من خلالهما الاحتمالات المتعلقة بالموقعين A و B (كل على حدى)**(4 درجات/ درجتان لكل مخطط)**





2. بالاستفادة من الطلب السابق احسب الاحتمالات التالية:
   a) الحصول على السيليكون من الموقع A، من المخطط الشجري:
   (درجتان) (0.4)(0.45)= 0.18

b) عدم الحصول على السيليكون من الموقع B. من المخطط الشجري:
0.135 =(0.45)(0.3) **(درجتان)**

c) الحصول على السيليكون من الموقعين A و B
نحسب بداية احتمال الحصول على السيليكون من الموقع B
0.165 =(0.55)(0.3) **(درجة واحدة)**
فيكون الاحتمال المطلوب هو 0.0297=(0.165)(0.18) **(درجتان)**

d) الحصول على السيليكون من موقع واحد على الأقل
0.3153 =0.0297-(0.165)+(0.18) **(درجتان)**

III. السؤال الثالث (17 درجة)

يخضع عدد الأهداف المكشوفة من قبل نظام راداري خلال 30 ثانية لتوزيع بواسون بمتوسط مقداره (1.81). بفرض أن الأهداف تظهر بشكل عشوائي ومستقل،المطلوب:

1. ما هو احتمال عدم كشف أي هدف خلال فترة 30 ثانية؟

$f(x)=\frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$ **(3 درجات)**

$P(x=0)=\frac{(1.81)^0 e^{-1.81}}{0!}=e^{-1.81}=0.1636$ **(درجتان/ درجة للتعويض ودرجة للجواب)**

2. ما هو احتمال عدم كشف أي هدف خلال دقيقة واحدة؟

نحسب قيمة المتوسط الجديدة $\lambda_1=\frac{1.81}{0.5}=3.62$ **(درجتان)**

$P(x=0)=\frac{(3.62)^0 e^{-3.62}}{0!}=e^{-3.62}=0.0268$ **(درجتان/ درجة للتعويض ودرجة للجواب)**

3. ما هو احتمال كشف خمس أهداف على الأقل ولكن ليس أكثر من ثمانية أهداف خلال دقيقتين؟

نحسب قيمة المتوسط الجديدة $\lambda_2=\frac{1.81X2}{0.5}=7.24$ **(درجتان)**

$P(5\le X\le 8)=P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)$ **(درجة واحدة)**

$$=\frac{(7.24)^5 e^{-7.24}}{5!}+\frac{(7.24)^6 e^{-7.24}}{6!}+\frac{(7.24)^7 e^{-7.24}}{7!}+\frac{(7.24)^8 e^{-7.24}}{8!}$$

$$=0.1189+0.1435+0.1484+0.1343=0.545$$

(5 درجات/ 4 درجات للتطبيق ودرجة واحدة للجواب)

IV. السؤال الرابع (25 درجة)

بفرض X و Y متغيرين عشوائيين متقطعين قيم احتمالاتهما المشتركة مبينة في الجدول التالي:

		Y					fx(x)
		0	1	2	3	4	
X	0	0.06	0.03	0.01	0.00	0.00	0.1
	1	0.06	0.08	0.04	0.02	0.00	0.2
	2	0.04	0.05	0.12	0.06	0.03	0.3
	3	0.00	0.03	0.07	0.09	0.06	0.25
	4	0.00	0.00	0.02	0.06	0.07	0.15
fy(y)		0.16	0.19	0.26	0.23	0.16	

المطلوب:

1. أوجد تابعي الكثافة الهامشيين بالنسبة للمتغيرين العشوائيين X و Y

تم حل هذا الطلب على الجدول **(6 درجات/ 3درجات لكل تابع)**

2. أحسب المتوسط الحسابي لكل من المتغيرين X و Y

$$\mu_x = \sum_{x=0}^{4} x f_x(x)$$ **(درجتان)**

μ_x=0fx(0)+1fx(1)+2fx(2)+3fx(3)+4fx(4)=0(0.1)+1(0.2)+2(0.3)+3(0.25)+4(0.15)=2.15

(3 درجات/ درجتان للتطبيق ودرجة واحدة للجواب)

$$\mu_Y = \sum_{y=0}^{4} x f_y(y)$$

μ_y=0fy(0)+1fy(1)+2fy(2)+3fy(3)+4fy(4)=0(0.16)+1(0.19)+2(0.26)+3(0.23)+4(0.16)=2.04

(3 درجات/ درجتان للتطبيق ودرجة واحدة للجواب)

3. أوجد قيمة الانحراف المعياري للمتغير X

$$\sigma_x^2 = \sum_{x=0}^{4} x^2 f_x(x) - \mu^2$$ **(درجتان)**

=[0fx(0)+1fx(1)+4fx(2)+9fx(3)+16fx(4)]-(2.15)²=1.4275

(3 درجات/ درجتان للتطبيق ودرجة واحدة للجواب)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1.1947$$ **(درجتان)**

4. أوجد قيم التابع $f_{Y|X}(y|4)$

$$f_{y|x}(y|x) = \frac{f_{x,y}(x,y)}{f_x(x)} => f_{y|x}(y|4) = \frac{f_{x,y}(4,y)}{f_x(4)}$$ **(درجتان)**

$$f_{y|x}(y|4) = \left\{\begin{matrix} f_{y|x}(0|4) = 0 \\ f_{y|x}(1|4) = 0 \\ f_{y|x}(2|4) = \frac{2}{15} \\ f_{y|x}(3|4) = \frac{6}{15} \\ f_{y|x}(4|4) = \frac{7}{15} \end{matrix}\right\}$$ **(درجتان)**

V. <u>السؤال الخامس (35 درجة)</u>

بفرض X متغير عشوائي يعطى تابع كثافته بالشكل:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{52}x(6-x) & 2 < x < 4 \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

1. أوجد الاحتمالات التالية P(X<2.5), P(2.5<X<3.5)

$$P(x < 2.5) = \int_2^{2.5} \frac{3}{52}x(6-x)dx = \frac{3}{52}\int_2^{2.5}(6x - x^2)dx = \frac{3}{52}\left[3x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_2^{2.5} = 0.2428$$

(4 درجات/ 1+2+1)

$$P(2.5 < x < 3.5) = \int_{2.5}^{3.5} \frac{3}{52}x(6-x)dx = \frac{3}{52}\int_{2.5}^{3.5}(6x - x^2)dx$$

$$= \frac{3}{52}\left[3x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_{2.5}^{3.5} = 0.5144$$

(4 درجات/ 1+2+1)

2. أوجد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير X

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f_x(x)\, dx = \int_2^4 \frac{3}{52} x^2(6-x)\, dx = \frac{3}{52}\int_2^4 (6x^2 - x^3) dx$$

$$= \frac{3}{52}\left[2x^3 - \frac{x^4}{4}\right]_2^4 = \frac{3}{52}(64-12) = \frac{3}{52}(52) = 3$$

(6 درجات/ 2 للقانون+ 3 للتطبيق+1 للجواب)

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx - \mu^2 = = \int_2^4 \frac{3}{52} x^3(6-x)\, dx - 9 = \frac{3}{52}\int_2^4 (6x^3 - x^4)\, dx - 9$$

$$= \frac{3}{52}\left[\frac{3x^4}{2} - \frac{x^5}{5}\right]_2^4 - 9 = 9.323 - 9 = 0.323$$

(6 درجات/ 2 للقانون +3 للتطبيق+1 للجواب)

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 0.5684$$

(3 درجات/ 2 للقانون +1 للجواب)

3. أوجد تابع التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي X

$$F(X) = \int_{-\infty}^{x} f(x) dx = \int_2^x \frac{3}{52} x(6-x) dx = \frac{3}{52}\int_2^x (6x - x^2) dx = \frac{3}{52}\left[3x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_2^x$$

$$F(x) = \frac{-x^3+9x^2-28}{52}$$

(6 درجات/ 2 للقانون+2 للتطبيق+2 للجواب)

$$F(X) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ \frac{-x^3+9x^2-28}{52} & 2 \le x \le 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$$

(6 درجات/ درجتان لكل قيمة مع مجالها)

انتهى السلم

مدرّسة المقرر

د.م. خولة حموي